

## 實驗二 介電常數的量測

### 目的

真空中電容率  $\epsilon_0$  (permittivity)可藉由量測一外加電壓的平行電容板上之電量來決定。若是在平行電容板中夾一介電質，並施以電壓、量測電量，則該介電質的電容率  $\epsilon$  亦可決定

### 原理

真空中的靜電場可由 Maxwell's Equations 決定，其積分型式為：

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2)$$

其中  $\vec{E}$  是電場強度，式(1)中  $Q$ 是封閉面  $A$  中包含的總電量，式(2)則是對任一個封閉路徑的積分。一般而言，我們可視空氣的電容率等同於真空的電容率( $\epsilon_{\text{air}} \cong \epsilon_0$ )。

若在一平行電容板兩端施加電壓  $U_c$  (如圖 4-1)，則兩平行電容板間會產生一均勻電場  $\vec{E}$ ，電壓

$U_c$  與電場  $\vec{E}$  關係式為

$$U_c = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

如圖 2-1 中，若高斯面為虛線所表示，將平行電容板面積  $A$  與距離  $d$  代入式(1)可得：

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \vec{E} \cdot \vec{A} = U_c A \frac{1}{d} \quad (3)$$

由於電容的定義為電荷與電壓的比值， $C \equiv \frac{Q}{U_c}$

所以

$$Q = C U_c = \epsilon_0 \frac{A}{d} U_c \quad (4)$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (5)$$

故此真空(空氣)的電容率可由公式(4)推得為

$$\epsilon_0 = \frac{d}{A} \frac{Q}{U_c} \quad (6)$$

其值為  $8.8542 \times 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ 。

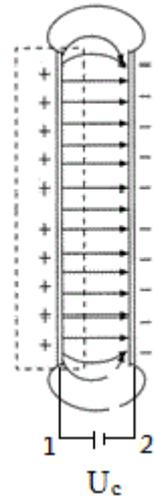


圖 2-1

其中必須注意的是，公式(4)、(5)和(6) 都是建立在電場強度均勻且平行的前提之下，若是平行電容板相隔太遠，則電場強度不再均勻，而且越靠近邊緣處其平行度越差，那麼會導致所算出的電容率數值可能會偏大。

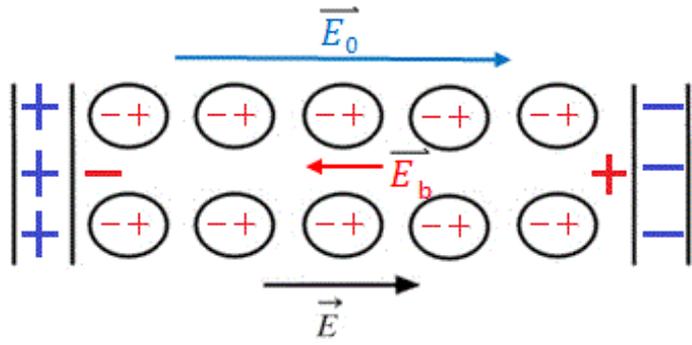


圖 2-2. 平行電板中介電質電偶極示意圖

介電質和金屬不同，它沒有可移動的自由電荷。當外加一個電場在介電質上，則原子裡帶正電的原子核會受到外加電場的作用而往負電板方向些微位移，相對地，原子裡的電子也會受到外加電場的作用而往正電板方向些微位移，所以每一個原子可視為一電偶極 ( $\vec{p} = q\vec{d}$ )，其中  $\vec{d}$  的方向由負電荷往正電荷方向。這些電偶極在電場中的排列如圖 2-2，每兩個電偶極正極和負極抵消，故在介電質中間部分無電荷存在，但在最接近平行電板的電偶極的一端並無相反電荷與之抵消，所以靠近在兩片平行電板上便有靜電荷存在，稱之為表面束縛電荷。這些電荷便產生一個和原外加電場  $\vec{E}_0$  相反的電場  $\vec{E}_b$  而使介電質內部的淨電場  $\vec{E}$  變小。被弱化的電場  $\vec{E}$  與外加電場  $\vec{E}_0$  的關係可以一個無單位的比例常數  $\epsilon_r$  來表示。

因此當實際電荷  $Q$  存在於平行電容板上，而平行電容板中又充滿介電質時，根據公式(7)，此時平板間的電壓  $U_c$  與真空(空氣)中的電壓  $U_{vac}$  的關係為

$$U_c = \frac{U_{vac}}{\epsilon_r} \quad (7)$$

相同地，電容值即為

$$C = \epsilon_r C_{vac} \quad (8)$$

故

$$Q = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} U_c \quad (9)$$

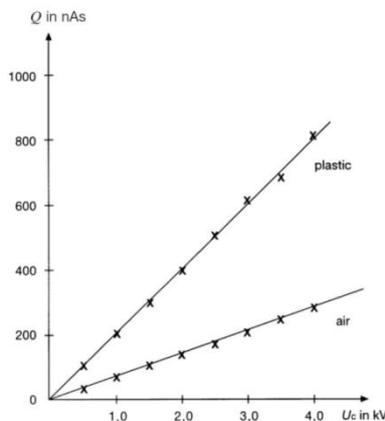


圖 2-3. 兩平行電容板(間距固定為  $d = 0.98\text{cm}$ ，有與無介電質(塑膠板)時，其外加電壓  $U_c$  與電荷  $Q$  的關係。

若公式(4)為  $Q_{air} \cong \epsilon_0 \frac{A}{d} U_c$  (不含介電質)

公式(9)為  $Q_{plastic} = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d} U_c$  (含介電質塑膠板)

在  $U_c$  相同的前提下，如圖 2-3 所示，若為含與不含介電質(塑膠板)之  $Q$  與  $U_c$  關係，其兩斜率的比值可得約為 2.9 公式(9)相除可得

$$\epsilon_r = \frac{Q_{plastic}}{Q_{air}} \quad (10)$$

若取兩條線的斜率比值，可得約為 2.9，這個數值即為塑膠板介電常數  $\epsilon_r$ 。相同地由此法可得玻璃介電常數  $\epsilon_r$ 。

### 儀器

儀器名稱	數量	儀器名稱	數量
平行電容板 直徑 = 260 mm	1 組	高電壓電源供應器 0-10 kV	1 台
塑膠平板 283 × 283 mm	1 片	電容 0.22 μF	1 個
玻璃平板	1 片	屏蔽 BNC 線 75 cm	1 條
高電壓電阻 10 MΩ	1 個	變壓器 4 mm BNC 接頭	1 條
量測放大器	1 台	T 型 BNC 接頭	1 個
伏特計 0.3-300 VDC 10-300 VAC	1 台	變壓器 4 mm 香蕉轉插梢 BNC	1 條
連接線 1mX1、50cmX2	1 條	高壓電連接線 50cm 30 kV	1 條



圖 2-4. 實驗裝置圖

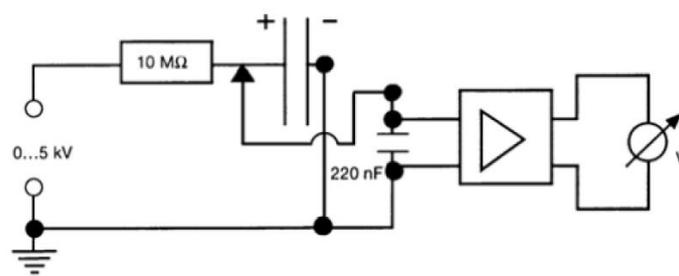


圖 2-5. 電路示意圖

## 實驗步驟

一、

1. 實驗設置如圖 2-4 所示，其對應電路圖為圖 2-5。
2. 高電壓電源供應器的正極串聯一個  $10M\Omega$  的保護電阻後，與行電容板的其中一面連接，電源供應器中間出口端(為接地端)則與平行電容板的另一面連接。
3. 量測放大器的輸入端，如圖 2-4 跨接一  $220nF$  的固定電容後以香蕉插梢轉 BNC 線連接。
4. 量測放大器的輸入端，如圖 2-4 並聯一電壓表以量測放大後電壓。
5. 切換量測放大器的阻抗至高電壓阻抗( $10^{13}\Omega$ )、放大器指數為  $1(10^0)$ 、時間常數為 0。
6. 實驗時平行電容板正高電壓插梢必須取下，此時平行電容板已帶有電荷，再以量測放大器的輸入端香蕉插梢部分插入平行電容板插孔，以進行電荷量測。
7. 在每次量測前必須將電容及平行板完全放電，放電鈕請參照圖 2-4。
8. 移動量測香蕉插梢進行量測時，請勿使移動軌跡接近平行電容板，而是直接由平行電容板後插入，否則電容板中的電場將被扭曲。
9. 移動平行板距離時，請記得旋緊旋鈕以避免量測時不小心移動到平行電板。

二、 固定平行電容板充電電壓、改變平行板間距，求出空氣電容率  $\epsilon_0$ 。

1. 逐次改變平行電容板間距，由 0.1 公分至 0.25 公分量測放大器的電壓值  $U$  並記錄於表一。
2. 利用電容公式  $Q = CU$  ( $C = 220nF$ )，計算出平行電容板電荷量  $Q_{air}$ 。
3. 利用公式  $C = \epsilon_0 A/d \Rightarrow \epsilon_0 = Cd/A = Qd/AU_c$  求出  $\epsilon_0$ 。
4. 空氣  $\epsilon_{air} \cong \epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} As/Vm$ ，求其誤差。

三、 固定平行電容板間距、改變充電電壓，求出空氣電容率  $\epsilon_0$ 。

1. 先量塑膠板厚度  $d$ ，平行板間距與塑膠板厚度相同
2. 逐次改變平行電容板的充電電壓，由 0.5kV 至 2.5kV 量測放大器的電壓值  $U_{air}$  記錄於表二。
3. 利用電容公式  $Q = CU$  ( $C = 220nF$ ) 計算出電荷量  $Q_{air}$ 。
4. 利用公式  $C = \epsilon_0 A/d \Rightarrow \epsilon_0 = Cd/A = Qd/AU_c$  求出  $\epsilon_0$ 。
5. 空氣  $\epsilon_{air} \cong \epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} As/Vm$ ，求其誤差。

四、 量測塑膠的電容率  $\epsilon$ 。

1. 將塑膠平板夾入平行電容板中，重覆步驟二 2~3，使平行板間距為  $d$ 、物質為塑膠，量測不同充電電壓  $U_c$  時放大器的電壓值  $U_{plastic}$ ，並算出平行板的電荷量  $Q_{plastic}$  記錄於表三。
2. 利用公式  $\epsilon_r = Q/Q_{air}$  求出不同  $U_c$  時的  $\epsilon_r$  記錄於表三。
3. 此塑膠板的  $\epsilon = 2.9 \times 10^{-12} As/Vm$ ，求其誤差。

五、 量測玻璃的電容率  $\epsilon$ 。

以玻璃代替塑膠板，重覆步驟四。並將量測值記錄於表四。

表一、改變平行板的距離，量測空氣電容率  $\epsilon_0$

A = 0.0531 m <sup>2</sup>		Uc= <u>1.5</u> kV		C=220nF	
d [cm]	0.1	0.15	0.20	0.25	0.30
U <sub>air</sub> [V]					
1/d [cm <sup>-1</sup> ]					
Q <sub>air</sub> [nAs]					
$\epsilon_0$ [pAs/Vm]					

表二、改變外加電壓，量測空氣電容率  $\epsilon_0$

A = 0.0531 m <sup>2</sup>		d= _____ cm			C=220nF	
Uc [kV]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	
U <sub>air</sub> [V]						
Q <sub>air</sub> [nAs]						
$\epsilon_0$ [pAs/Vm]						

表三、改變外加電壓，量測塑膠板的介電常數  $\epsilon_r$

A = 0.0531 m <sup>2</sup>		d= _____ cm			C=220nF	
Uc [kV]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	
U <sub>air</sub> [V]						
Q <sub>air</sub> [nAs]						
U <sub>plastic</sub> [V]						
Q <sub>plastic</sub> [nAs]						
$\epsilon_r = Q/Q_{air}$						

表四、改變外加電壓，量測玻璃板的介電常數  $\epsilon_r$

A = 0.0531 m <sup>2</sup>		d= _____ cm			C=220nF	
Uc [kV]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	
U <sub>air</sub> [V]						
Q <sub>air</sub> [nAs]						
U <sub>glass</sub> [V]						
Q <sub>glass</sub> [nAs]						
$\epsilon_r = Q/Q_{air}$						

#### 數據處理

1. 分別計算出空氣、塑膠板及玻璃的電容率。
2. 由表一及表二分別繪出(Q ,Uc )與( $\frac{1}{d}$  ,Uc )關係圖。