

有效數字

假設使用最小刻度為 0.1 公分的尺來測量某物體的長度，其結果記錄為 8.15 公分，稱為測量值。前二位 8.1 是直接讀出的，稱為準確值，而最末一位 0.05 則是從尺上最小刻度之間估計出來的，稱為估計值——雖然是估計的，但還是有一定根據，所以是有意義的；而測量值的有效數字便是一組準確值再加上一位估計值，所以 8.15 公分一共有三位有效數字。然而，此處之百分位數字「5」已經是估計而得的，故使用這隻尺來進行任何測量所得到的結果都不可能比百分位更準確。由此可見，有效數字的多少，也間接表示了測量所能夠達到的精密程度（precision），顯然這與所用的測量工具有關。

為了正確地理解有效數字的概念，應注意以下幾種情況（杜先智，1994）：

1. 小數點後末位為「0」和數字中間出現的「0」都屬於有效數字。
例如一磅秤的讀數為 1.50 公斤重，這表明測量已達到 0.01 公斤的程度，它與 1.5 公斤重是不同的，後者表示測量只進行到 0.1 公斤的程度。此處之區別表現為前者是三位有效數字，後者是兩位有效數字。
2. 小數點前出現的「0」和它之後緊接的「0」，都不算有效數字。
例如 0.61 或 0.061 或 0.0061 都只有兩位有效數字。
3. 有效數字的標準形式是以 10 的幕次來表示其數量級，幕次前面的數字是測量的有效數字（常於小數點前取一位數字），即所謂的科學記號（scientific notation）。
例如 0.0543 公尺，若寫成標準形式，應是 5.43×10^{-2} 公尺。在單位換算時，尤其應採用標準形式，才不會使有效數字有所增減。

我們可利用下列規則來決定任一測量結果之有效數字位數（Bevington & Robinson, 1992）：

1. 最左邊非零的數字，為最有意義的數字。
2. 如果無小數點，最右邊非零的數字，為最小意義的數字。
3. 如果有小數點，最右邊的數字（即使是 0），為最小意義的數字。
4. 計算介於最有意義與最小意義數字之間的數字個數，即為此一測量結果的有效數字位數。

例如，下列數字皆為四位有效數字：1234、123400、123.4、1001、1000.、10.10、0.0001010、100.0。

有效數字的計算

有效數字的加法和減法

範例一(加法)： $2.045 + 34.1 =$

$$\begin{array}{r} 2.045 \\ + 34.1 \\ \hline \end{array}$$

36.145 答: 36.1

解答說明：小數點【對齊】，答案取【小數位最短】，也就是取到小數第1位。

※ 減法也是相同方法~~~

範例二(減法)： $255 - 175.65 =$

$$\begin{array}{r} 255 \\ - 175.65 \\ \hline 79.35 \end{array} \text{ 答: } 79$$

解答說明：小數點【對齊】，答案取【小數位最短】，也就是取到個位數。

範例三： $14.5 - 2.5 =$

$$\begin{array}{r} 14.5 \\ - 2.5 \\ \hline 12 \end{array} \text{ 答: } 12.0$$

解答說明：小數點【對齊】，答案取【小數位最短】，也就是取到小數第1位。

例題 有效數字的加法和減法

進行下列測量值的計算，並給予正確小數位數的答案：

a. $27.8\text{公分} + 0.235\text{公分} = 28.0$

b. $104.45\text{毫升} + 0.838\text{毫升} + 46\text{毫升} = 151$

c. $153.247\text{公克} - 14.82\text{公克} = 138.43$

練習：進行下列測量值的計算，並給予正確小數位數的答案：

a. $82.45\text{毫克} + 1.245\text{毫克} + 0.00056\text{毫克} = 83.70$

b. $4.259\text{公升} - 3.8\text{公升} = 0.459$ 答: 0.5

乘法與除法

範例四： $2.56 \times 0.67 = 16.5155 \Rightarrow$ 答: 17

解答說明：2.56 有效數字----- 3 位；0.67 有效數字----- 2 位

答案只能取以上【有效數字較少位數】，即----- 2 位

除法也是相同方法~~~

範例五：
$$\frac{28.5 \times 67.4}{4.39}$$

解答說明：28.5、67.4、4.39 都是有效數字--- 3 位，故答案也是取3 位

計算機：
$$\frac{28.5 \times 67.4}{4.39} = 43.756264$$

43.756264 取3 位有效數字 答: 43.8

範例六：有效數字零
$$\frac{8.00}{2.00}$$

解答說明：8.00、2.00 都是3 位有效數字，故答案也是取3 位

計算機：
$$\frac{8.00}{2.00} = 4$$

4 要取3 位有效數字 答: 4.00

例題 有效數字的乘法和除法

進行下列測量值的計算，並給予正確有效數字的答案

a. $56.8 \times 0.37 = 2.1016$ 答: 2.1

b. $\frac{71.4}{11} = 6.490909$ 答: 6.5

c. $\frac{(2.075)(0.585)}{(8.42)(0.00450)} = \frac{1.213875}{0.03789} = 32.03682$ 答: 32.0

d. $\frac{25.0}{5.00} = 5$ 答: 5.00