

Experiment 3 偏振實驗

目的：

- (1) 了解光偏振現象。
- (2) 觀察線偏振片並量測 Malus's law。
- (3) 觀察並量測半波片 (half-wave plate) 對光束偏振方向的影響。
- (4) 了解雙折射晶體並量測走離角(walk-off angle)。
- (5) 觀察並量測 TE wave 與 TM wave 的反射現象，以驗證 Fresnel Equation。量測 Brewster's angle 並了解其現象與應用。

原理：

(1) 光偏振現象

以下參見光學課本，Ch14~15，Pedrotti²: Introduction to Optics

非偏振(non-polarized)光的電場沒有特定方向，偏振光則是為電場有特定規律的光波。完全偏振可分為線偏振(linearly polarized)、圓偏振(circularly polarized)以及橢圓偏振(elliptically polarized)。若在所有時間內，電場的偏振被包含在定義好的直線中，則為線偏振光。若光波電場的振幅大小固定，而電場方向隨著時間或是行進旋轉，則為圓偏振。另外，若是光波電場的振幅大小隨著時間或是行進改變，而電場方向則隨著時間或是行進旋轉，則稱為橢圓偏振。常用的幾種偏振態操作的光學元件，包括線偏振片(Polarizer)、半波片(have-wave plate, HWP) 以及四分之一波片(Quarter-wave plate, QWP)等。

本實驗主要是觀察線偏振的現象，但實驗中所使用的綠光雷射不是線偏振，在此利用具有雙折射特性的 Glan-Laser Prism 偏振稜鏡，作為線偏振分割器，將光束分成兩個正交線偏振光。

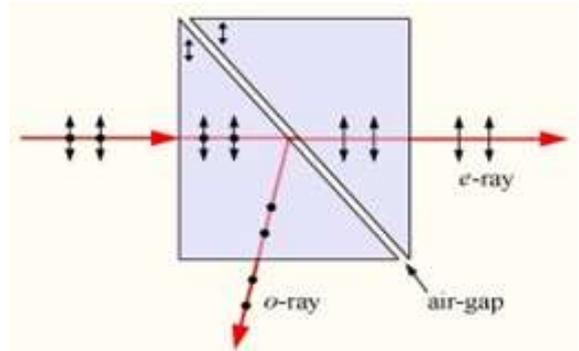
Glan-Laser Prism 偏振稜鏡由兩個方解石 (Calcite) 的直角稜鏡組成，如圖一。Glan-laser Prism 偏振稜鏡改良自 Glan-Taylor 偏振稜鏡。

兩者的基本結構相同，

圖一、Glan-Laser Prism 偏振稜鏡

其晶體光軸的安排方向是相同的；只不過

Glan-laser Prism 偏振稜鏡能夠承受較大的入射光，其散射損耗也比較小。



(2) 線偏振片與 Malu's Law

線偏振片可以使入射光通過後只剩特定方向的電場；亦即通過後光束為線性偏振光，其電場方向與線偏振片透振軸相同。

Malus's law 則是敘述當一線偏振片其透振軸與光束電場向量兩者間的夾角 θ ，光束在通過偏振片後的強度將正比於 $\cos^2\theta$ 。

$$\text{Malus's law : } I(\theta) = I(0)\cos^2\theta \quad (1)$$

假設偏振片的透振軸相對於入射光中電場的角度為 θ ，那麼只有 $E\cos\theta$ 的分量允許通過這一個偏振片。也就是”只有平行於透振軸的電場分量可以通過偏振片”，而經過偏振片的光強度則正比於 $(E\cos\theta)^2$ 。當 $\theta = 0$ (電場平行於偏振片的透振軸)時，所有的電場都通過，此時有最大穿透強度。所以當線性偏振光入射偏振片，可藉由旋轉偏振片的透振軸，分析入射光的偏振狀態。

(3)波片與偏振片透振軸方向

半波片 HWP 則可用來旋轉線偏振光的電場偏振方向，HWP 半波片的快軸(或慢軸)旋轉 θ 角時，可使通過的線偏振光的電場方向旋轉 2θ 角，本實驗將進行驗證。四分之一波片 QWP 則可用來使通過的線偏振光的電場變成圓偏振，或使圓偏振變成線偏振。

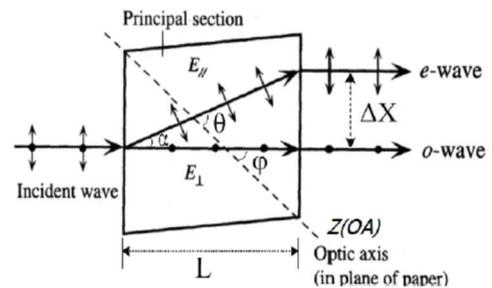
(4)雙折射晶體與走離角

方解石(Calcite)為一具有雙折射(birefringence)現象的負軸晶體，其 n_o 大於 n_e (表一)。如圖二，當光垂直入射方解石晶體，將會分開成兩彼此垂直偏振的光波:尋常波(ordinary ray, o-ray)和異常波(extraordinary ray, e-ray)。o-ray 會沿著原光路射出晶體，而 e-ray 射出晶體時雖然方向不變但會產生平移。光束垂直入射晶體後，o-ray 跟 e-ray 以走離角(walk-off angle) α 分開，經過已知長度 L 的晶體後，其可由實驗量測間距 ΔX ，並推算出走離角 α 的實驗值。由圖可知，其幾何關係式為

$$\Delta X = L \cdot \tan\alpha \quad (2)$$

另外，走離角 α 的理論式為

$$\tan\theta = \frac{n_o^2}{n_e^2} \tan\phi, \text{ 其中 } \alpha = \theta - \phi \quad (3)$$



圖二

TABLE Principal refractive indices of some optically isotropic and anisotropic crystals (near 589 nm, yellow Na-D line)

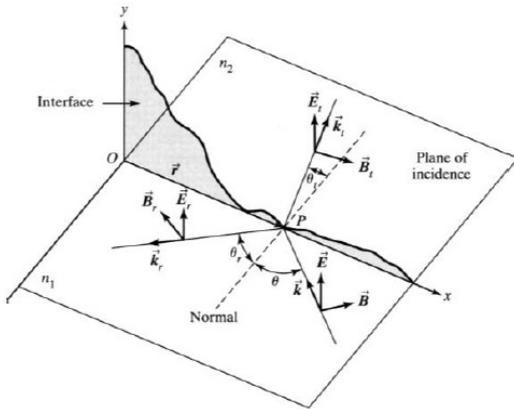
Optically isotropic		$n = n_o$		
	Glass (crown)	1.510		
	Diamond	2.417		
	Fluorite (CaF ₂)	1.434		
Uniaxial - Positive		n_o	n_e	
	Ice	1.309	1.3105	
	Quartz	1.5442	1.5533	
	Rutile (TiO ₂)	2.616	2.903	
Uniaxial - Negative		n_o	n_e	
	Calcite (CaCO ₃)	1.658	1.486	
	Tourmaline	1.669	1.638	
	Lithium niobate (LiNbO ₃)	2.29	2.20	
Biaxial		n_1	n_2	n_3
	Mica (muscovite)	1.5601	1.5936	1.5977

表一

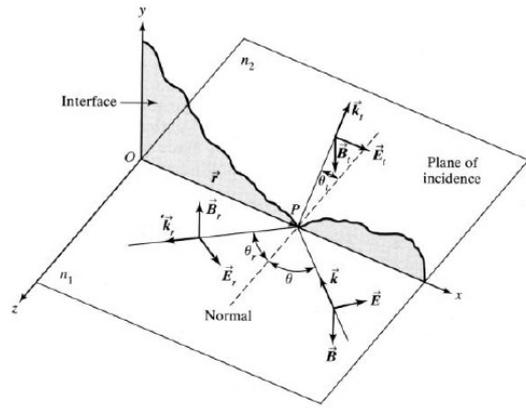
(5) Fresnel Equation: TE Wave 與 TM Wave 的反射率

以下參見光學課本，Ch23 Pedrotti²: Introduction to Optics

如圖三為 TE (Transverse Electric field) Mode，其入射光波的電場與入射面(Plane of incidence)垂直；如圖四則為 TM (Transverse Magnetic field) Mode，其入射光的磁場與入射面垂直。



圖三 TE mode



圖四 TM mode

滿足邊界條件，兩種入射模式可分別得到下式：

$$\underline{\text{TE}} \quad E + E_r = E_t, \quad (4)$$

$$B \cos \theta - B_r \cos \theta = B_t \cos \theta_t, \quad (5)$$

$$\underline{\text{TM}} \quad -B + B_r = -B_t, \quad (6)$$

$$E \cos \theta + E_r \cos \theta = E_t \cos \theta_t. \quad (7)$$

界面兩邊的折射率比值為相對折射率 $n = n_2/n_1$ ，Snell's law 可改寫如下

$$n_1 \sin \theta = n_2 \sin \theta_t \rightarrow \sin \theta = n \sin \theta_t \quad (8)$$

接著利用電場跟磁場關係式 $E = vB = \frac{c}{n}B$ ，可分別推得 TE Wave 和 TM Wave 的反射係數

(Reflection coefficient) $r = \frac{E_r}{E}$

$$\underline{\text{TE}} \quad r_{TE} = \frac{E_r}{E} = \frac{\cos \theta - n \cos \theta_t}{\cos \theta + n \cos \theta_t} \quad (9)$$

(10)

$$\underline{\text{TM}} \quad r_{TM} = \frac{E_t}{E} = \frac{-n \cos \theta + \cos \theta_t}{n \cos \theta + \cos \theta_t}$$

將上式中的 $n \cos \theta_t$ 以 Snell's Law 改寫成

$$n \cos \theta_t = n \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \quad (11)$$

再將式(10)帶回式(8)和式(9)，可得到：

$$r_{TE} = \frac{E_r}{E} = \frac{\cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}, \quad r_{TM} = \frac{E_t}{E} = \frac{-n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} \quad (12)$$

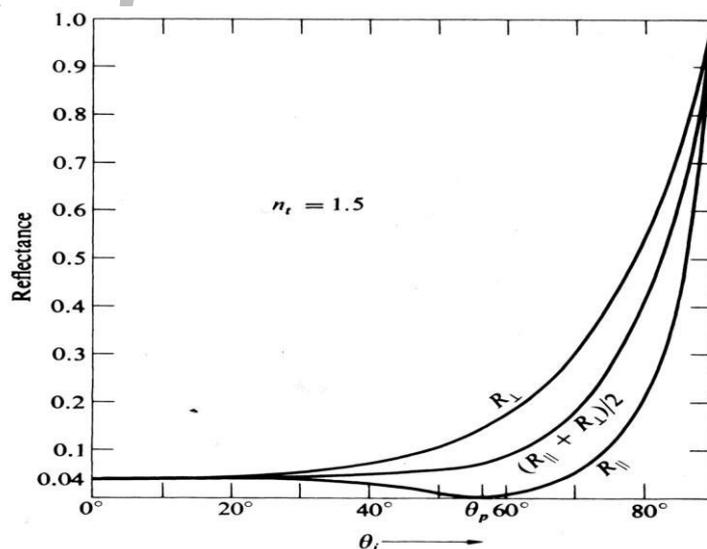
光強度反射率 R (Reflectance)則為

$$R = \frac{P_r}{P_i} = r^2 = \left(\frac{|E_r|}{|E|}\right)^2 \quad (13)$$

其中 P_r 及 P_i 分別為光束在界面兩邊的光強度。本實驗將材料置於空氣中進行，所以 $n_1=1$ ，且光束由小折射率介質入射大折射率介質($n_1 < n_2$)。 $n_1 < n_2$ 下的反射稱為外部反射(External reflection)，此時 $n = \frac{n_2}{n_1} > 1$ 。將式(11)分別代入式(12)，即可得到 TE 及 TM 兩種光波對不同入射角的反射率。如圖五即為 TE(R_{\perp})與 TM(R_{\parallel})的反射率和不同入射角的相對關係。若當光束垂直入射($\theta=0^\circ$)時，TE 及 TM 的反射率皆為

$$R = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2$$

另外在圖五中的 TM 反射率中可發現當入射角 $\theta = \theta_p$ 時，反射率為 0。此 θ_p 稱為 polarization angle，又稱為 Brewster's angle。在此條件 $\theta = \theta_p$ 下，當一非偏振光入射界面時，反射光中將只有 TE wave 存在。此入射條件也可以用來產生偏振光。



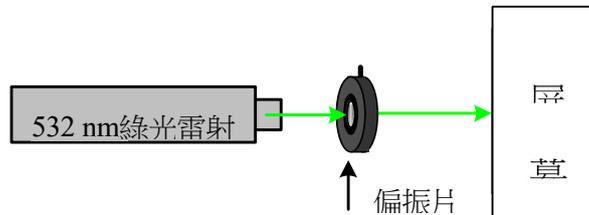
圖五

儀器：

<p>綠光雷射(532 nm) x1</p>		<p>方解石(calcite) x1</p>	
<p>532nm 半波片 x1</p>		<p>反射鏡 x2</p>	
<p>Iris 光圈 x1</p>		<p>載玻片 x1</p>	
<p>Glan-Laser 偏振稜鏡 x1</p>		<p>偏振片 x1</p>	
<p>雷射功率計 (Power meter)x1</p>		<p>自製距離測量儀器 ×1</p>	

步驟：

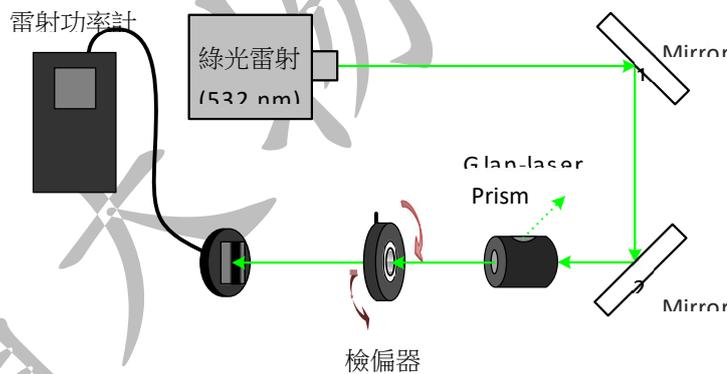
- (1) 光偏振現象：判斷部分偏振或完全偏振(線偏振) 如圖六，架設綠光雷射與偏振片於光學桌上，並使其光線穿過偏振片中心點，轉動偏振片角度，請問此綠光雷射為部分偏振或是完全偏振？



圖六

(2) 線偏振片與 Malu's Law

1. 架設光路如圖七，在 Glan-Laser Prism 左方架設檢偏器，接著在屏幕前放置雷射功率計與偵測器，雷射光必須入射於偏振片與偵測器之中心。



圖七

2. 每轉動偏振片 10° ，記錄雷射功率計中的數值於表二中，共轉動 360° 。

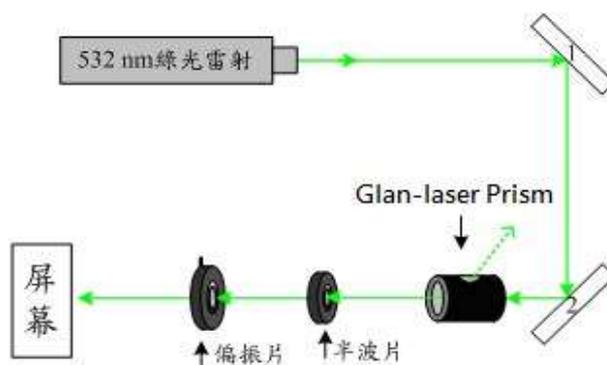
3. 以表二數據，繪出 $\cos^2\theta$ 與功率之關係圖。

入射角(°)	功率(mW)	入射角(°)	功率(mW)	入射角(°)	功率(mW)
0					
8		128		248	
16		136		256	
24		144		264	
32		152		272	
40		160		280	
48		168		288	
56		176		296	
64		184		304	
72		192		312	
80		200		320	
88		208		328	
96		216		336	
104		224		344	
112		232		352	
120		240		360	

表二、Malu's Law

(3)半波片與偏振片透振軸方向

1. 在光學板上架設如圖八的光路。務必利用 Iris 確認光束光路準直和所有光學元件校準（參見實驗講義 Exp1）。注意：擋去 Glan-Laser Prism 造成的斜向出射光，避免直射自己或他人眼睛。



圖八

2. 架設偏振片於半波片後方，固定偏振片一任意角度後，偏振片不動。轉動半波片一圈 (360°)，使光點於屏幕上出現又消失；記錄過程中，光點最大亮度以及最小亮度(光點消失)半波片轉盤上的角度於表三。
3. 轉動半波片，使屏幕上光點最亮，再轉動偏振片使光點消失，記錄此時半波片及偏振片的角度於表三中。
4. 接著自步驟 3 所記錄的光點最小亮度時的半波片角度開始，半波片每次轉動 5° ，再轉動偏振片直到光點消失，記錄偏振片相對旋轉角度於表三中。利用以上實驗數據完成表三，觀察半波片與偏振片旋轉角度的關係，並作圖利用趨勢線來觀察斜率值來回答問題 3。

※注意：偏振片及半波片旋轉方向必須相同。

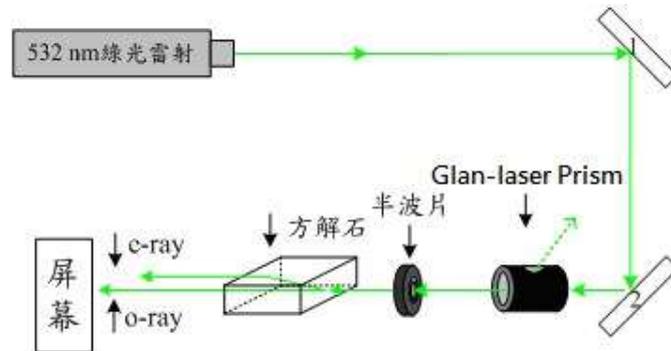
光點最大亮度時的半波片角度($^\circ$)	
光點最大亮度時的偏振片角度($^\circ$)	
光點最小亮度時的半波片角度($^\circ$)	
光點最小亮度時的偏振片角度($^\circ$)	
半波片旋轉角度($^\circ$)	偏振片相對旋轉角度($^\circ$)
4	
8	
12	
16	
20	
24	
28	
32	
36	
40	

表三 偏振片及半波片同方向旋轉角度之關係

(4) 雙折射晶體走離角

1. 將圖八中的 Glan-laser Prism、半波片以及線偏振片接自系統中取出，並在屏幕上標記雷射光點位置。

2. 如圖九，在半波片的後方放置一片方解石，光點要確實垂直入射到晶體中，使光分成 o-ray 及 e-ray，並且利用步驟 1 所標記號來確認哪道光為 o-ray。



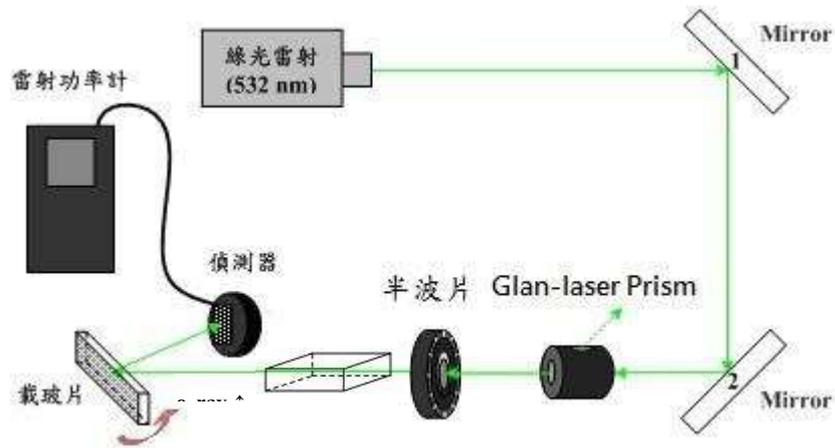
圖九

3. 如圖九，但在方解石後面置入一偏振片，轉動偏振片，可發現 o-ray 及 e-ray 的兩光點將不同時消失或出現。記錄 o-ray 及 e-ray 消失時偏振片的角度：o-ray____、e-ray____，且計算兩角度的差=_____。驗證兩光束的偏振態是否正交?完成此步驟後，將偏振片自光路取出。
4. 在屏幕前架設自製距離測量儀器，轉動半波片使 e-ray 消失，利用自製距離測量儀器來將 o-ray 的光點切成等份的左右兩半，並紀錄此處位置為 o-ray 位置。
5. 轉動半波片使 o-ray 消失，利用自製距離測量儀器來將 e-ray 的光點切成等份的左右兩半，紀錄此處位置為 e-ray 位置，接著與步驟 4 的數值相減，測得兩光束距離。
6. 重複步驟 4&5 三次，取平均值，利用公式(2)計算走離角實驗值，並且利用公式(3)推算理論值，再計算誤差。

P.S：方解石： $n_o=1.6629$ 及 $n_e=1.4885$ (波長為 532 nm 時)，而 $\phi=45^\circ$ 、 $L=15\text{ mm}$ 。

(5)Fresnel Equation: TE Wave 與 TM Wave 的反射率

1. 旋轉圖九中的半波片，使 e-ray 消失，只留下 o-ray。
2. 量測 o-ray 反射率。如圖十，在屏幕前架設載玻片，讓光入射於載波片之中心(即轉軸中心)。旋轉載玻片，先確認能架設好偵測器(反射光能垂直入射於偵測器中心)，且能量測 4° 到 88° 的反射光。量測反射光之功率。每 4° 讀取雷射功率計數值一點，記錄功率於表四。



圖十

3. 移開載玻片，旋轉半波片使 o-ray 消失，留下 e-ray。重複步驟 2，量測並記錄 e-ray 的反射率於表四。
4. 將以上數據分別作 TE 及 TM 之入射角相對於其反射率的關係圖，如圖五。
5. 由所得數據找出 Brewster angle $\theta_p = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

入射角	TM 反射光		TE 反射光		入射角	TM 反射光		TE 反射光	
	強度(W)	反射率(%)	強度(W)	反射率(%)		強度(W)	反射率(%)	強度(W)	反射率(%)
4°					48°				
8°					52°				
12°					56°				
16°					60°				
20°					64°				
24°					68°				
28°					72°				
32°					76°				
36°					80°				
40°					84°				
44°					88°				

表四、TE 與 TM 之反射率測量表

問題與討論：

- (1) 如何得知使用的光源為部分偏振或完全偏振?
- (2) 是否能從反射率實驗中得知載玻片之折射率?如何求出?
- (3) 實驗“半波片與偏振片透振軸方向”的步驟 4 中，半波片跟偏振片旋轉的角度關係為何?並將此實驗結果與理論相互驗證。
- (4) 轉動線偏振片的透振軸 (i)直接觀察太陽光或一般燈管光源；以及(ii)觀察太陽光或一般燈管光源的環境中的反射光，例如自桌面不同角度的反射光。可發現光(i)為非偏振光，而光(ii)則為部分偏振光。請觀察並敘述詳細現象，並討論其原因。